УДК 372.851

Краснова Галина Геннадьевна

старший преподаватель кафедры естественнонаучного и технологического образования Астраханского института повышения квалификации и переподготовки

ВНУТРИПРЕДМЕТНЫЕ СВЯЗИ КАК ОСНОВА УСПЕШНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СВОЙСТВ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ ПРИ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ

Аннотация:
Рассматривается теоретический подход к формированию внутрипредметных связей и пути реализации этого подхода в применении к школьному курсу математики. Автор статьи выделяет проблему разобщенности изучения данной науки, которую можно решить, используя внутрипредметные связи. Возможность этого продемонстрирована на примере связанного изучения функционально-графической линии и линии уравнений и неравенств.

Ключевые слова:
внутрипредметные связи, школьный курс математики, функции, свойства функций, уравнения, неравенства, методы решения.

Krasnova Galina Gennadyevna

Senior Lecturer, Science and Technology Education Department, Astrakhan Institute for Advanced Training and Retraining

INTRA-SUBJECT RELATIONS AS A BASIS FOR THE SUCCESSFUL USE OF THE PROPERTIES OF ELEMENTARY FUNCTIONS FOR SOLVING EQUATIONS AND INEQUALITIES

Summary:
The article considers a theoretical approach to formation of intra-subject relations and ways of implementation of this approach in mathematics teaching at school. The author discusses a problem of disconnection of the mathematics learning, which can be solved by application of the intra-subject connections. Such a possibility is shown on the example of associated learning of the functional-graphical line and the line of equations and inequalities.

Keywords:
intra-subject communications, school subject of mathematics, functions, properties of functions, equations, inequalities, methods for solving.

Для успешного применения изученных свойств математических объектов при решении задач учащийся должен представлять себе логическую структуру сведений, изученных им в курсе математики, уметь вычленить характеристические свойства этих объектов, представлять себе их классификацию и сопоставлять ее с набором изученных алгоритмов и приемов решения.

Решение уравнений и неравенств как ключевая составляющая школьного обучения математике является показательной иллюстрацией данного тезиса.

В школьном курсе математики учащиеся изучают различные виды уравнений и неравенств и соответственно достаточно большое количество методов и приемов их решения как чисто алгоритмических, так и эвристических. Следует подчеркнуть этапность изучения методов, при которой происходит переход от более простых, алгоритмизированных методов, к более сложным, требующим «математической зоркости» и интуиции. Так, на начальных стадиях освоения математического аппарата решения уравнений и неравенств того или иного вида действия по их решению являются строго алгоритмизированными и требуют от учащегося исключительно выполнения алгоритма, заученного на последнем либо нескольких уроках. Однако уже на следующих стадиях, при переходе от элементарных уравнений к более сложным, от учащихся требуется не просто применить конкретный изученный алгоритм, а оценить данное уравнение или неравенство на его принадлежность к тому или иному виду (либо же возможность приведения к некоторому виду с помощью преобразований), а, следовательно, выбрать из множества изученных алгоритмов решений и методов преобразований один или несколько последовательных, применение которых именно к данному уравнению (неравенству) даст эффективный результат. Для конструктивного выбора учащийся должен, во-первых, владеть всеми нужными алгоритмами и методами, а, во-вторых, достаточно легко осуществлять классификацию уравнений и неравенств. При этом надо отметить, что в старших классах, а особенно в профильных с углубленным изучением математики, предлагаемые к решению уравнения и неравенства достаточно сложны даже для того, чтобы их классифицировать.

Поэтому одним из необходимых условий для успешного овладения учащимися вышеуказанными навыками является формирование у них структурного и системного подходов к изучаемому курсу.

В.А. Онищук в пособии [1], посвященном дидактическим проблемам современного урока, в качестве приоритетного направления научных поисков выделяет осуществление межпредметных и внутрипредметных связей. При этом преследуются такие цели и задачи, как «воспроизведение и последующая коррекция опорных для усвоения нового материала знаний и практических навыков и умений», а также «достижение обобщения и систематизации широкого круга знания» [2]. С этих позиций рассмотрим вопрос о структурировании внутрипредметных связей с учетом важнейших дидактических принципов.

Проблема реализации межпредметных и внутрипредметных связей была исследована В.М. Монаховым и В.Ю. Гуревичем. Они в своей статье [3], посвященной проблеме оптимизации объема и структуры учебного материала, выдвигают ряд положений, принципиально важных для нашего исследования и требующих подробной развертки. Речь идет о теоретической модели внутрипредметных связей, последовательно реализуемой авторами и предназначенной для планирования учебной работы по различным дисциплинам школьного цикла. «В любом учебном материале элементы знаний расположены в определенной последовательности. <...> Если элемент знаний А используется в качестве необходимого для изучения элемента знаний В, то будем говорить, что между этими элементами существует связь, которую обозначим так: $A \to B$. Если А и В изучаются в рамках одного учебного предмета, то $A \to B$ – внутрипредметная связь, если А и В изучаются в рамках разных учебных предметов, то $A \to B$ – межпредметная связь – так формулируется исходное условие для построения системной модели, о которой говорилось выше» [4].

Рассмотрим более детально теоретический подход к формированию внутрипредметных связей и реализацию этого подхода в применении к школьному курсу математики.

Внутрипредметные связи математики – это взаимосвязь и взаимообусловленность математических понятий, разделенных временем их изучения. Их учет означает целесообразную организацию изучения взаимосвязанных понятий на определенных этапах образования.

За 2 года обучения в старших классах общеобразовательной школы ученики изучают большое количество различных тем и разделов. Отдельное изучение материала (вне связи друг с другом и изученным ранее) создает проблему разобщенности освоения математики. Использование внутрипредметных связей, по мнению автора, поможет решить эту проблему.

При реализации внутрипредметных связей в процессе обучения следует учитывать тот факт, что они могут быть логико-математического и методического характера. Логико-математические связи есть необходимые, глубокие, органичные связи, вытекающие из логики и содержания учебного предмета; на их основе в дальнейшем строится изучение материала. Примером может служить связь между функциями, которые получаются одна из другой как обратная. Методические связи выполняют чисто дидактические функции, они приводятся с целью иллюстрации, сравнения, сопоставления, противопоставления и т.д. и реализуются учителем в процессе адаптации учебного материала к возрастным и индивидуальным особенностям учащихся [5, с. 4].

Обратимся к работе А.А. Аксенова «Теоретические основы реализации внутрипредметных связей посредством решения задач в классах с углубленным изучением математики» [6]. Автор понимает под внутрипредметными связями наличие общих логических закономерностей в конструировании и решении задач. Вот как он описывает реализацию этих связей: «При полноценной реализации внутрипредметных связей посредством решения задач автоматически создается возможность для обучения учащихся использованию в решении задач не только тех средств, которыми она сформулирована, но и средств других математических теорий». Это как раз и есть реализация внутрипредметных связей посредством решения задач. Он справедливо пишет: «Нужно большее внимание уделять внутрипредметным связям. При этом они должны носить не эпизодический характер и применяться не только на уроках обобщающего повторения, а использоваться практически постоянно в текущей работе». В частности, для подтверждения указанной теоретической концепции автор упоминает, что в школе изучается всего пять видов уравнений, неравенств и их систем (педагог должен представлять, какие именно), а также обобщает методы решения выбранного им класса задач (уравнений, неравенств и их систем), сводя их к пяти основным.

Следует отметить, что в трудах А.А. Аксенова речь идет о теоретических основах реализации внутрипредметных связей посредством решения задач, причем об их использовании в классах с углубленным изучением математики. Его исследования возможно конкретизировать для общеобразовательных классов. В соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования в старших классах речь идет об организации профильного обучения и, соответственно, об изучении математики на базовом и углубленном уровнях. Если речь идет об углубленном уровне, то исследования А.А. Аксенова дают возможность построения методики изучения предмета с глубоким использованием внутрипредметных связей, а если о базовом, то эту методику необходимо адаптировать не только на уровне построения систем задач и моделей, но и с учетом логико-математического и методического характера внутрипредметных связей, что, как следствие, затронет особенности расположения учебного материала для достижения большей эффективности их реализации.

В настоящее время существует достаточное, если не избыточное, количество учебников по математике, однако они не в состоянии обеспечить должный уровень эффективности обучения. Причин тому, по крайней мере, две. Первая состоит в том, что курс математики старшей школы очень объемен, теоретическая часть его содержит большое количество информации, которую учащиеся не успевают эффективно усваивать. Кроме того, оставляет желать лучшего и последовательность изложения материала.

Вторая причина состоит в подборе задач в учебниках. Они зачастую бывают то слишком легкими, то слишком трудными, могут быть не связаны друг с другом и иметь различный теоретический материал. Это не предоставляет школьникам возможности систематизировать и обобщить материал, а также связать его с ранее изученным. По мнению автора, эта проблема может быть решена путем реализации внутрипредметных связей. Возможность этого будет нами продемонстрирована на примере связанного изучения функционально-графической линии и линии уравнений и неравенств. Взаимосвязь и взаимообусловленность разделов «Функции» и «Уравнения, неравенства» демонстрируют необходимость установления тесных внутрипредметных связей для них. Рассмотрим ключевые факторы, определяющие эту взаимосвязь.

Очевидным примером такой взаимосвязи является решение уравнения вида $f(x) = 0$, для которого достаточно найти нули функции $f(x)$. В простейшем случае функция $f(x)$ является одной из изученных ранее в школьном курсе математики. Знание ее свойств предоставляет учащемуся информацию о количестве нулей указанной функции и методах их поиска. В более сложном случае учащийся должен предварительно провести некоторые преобразования данного уравнения для того, чтобы привести его к виду $f(x) = 0$, где $f(x)$ – функция, для которой он владеет аппаратом поиска нулей.

Наглядным для учащихся является графический метод решения уравнений, неравенств и их систем. Необходимой его составляющей является построение графиков соответствующих уравнений, для чего, в свою очередь, значимыми являются навыки построения и преобразования графиков функций, с помощью которых сконструированы указанные уравнения, неравенства и их системы, что основано на свойствах этих функций.

На основании отдельных свойств функций построен ряд методов решения уравнений (неравенств), например:

– свойство возрастающей (убывающей) функции «принимать каждое свое значение только один раз» лежит в основе математического аппарата решения уравнений вида $f(x) = g(x)$, где одна из функций является возрастающей, а другая – убывающей;

– если одна из функций $f(x)$ и $g(x)$ принимает только неотрицательные значения, а другая – только неположительные, то уравнение $f(x) = g(x)$ равносильно каждому из уравнений $f(x) = 0$ и $g(x) = 0$;

– если уравнение (неравенство) содержит корни четной степени с переменной в подкоренном выражении, то это накладывает определенные ограничения на область определения уравнения, вплоть до того, что она может свестись к единственному числу (например, если уравнение сводится к уравнению вида $\sqrt{-|x|}=0$).

Удобным инструментарием для решения задач с параметрами, в которых требуется определить количество корней уравнения $f(x) = a$ в зависимости от значения параметра a, является построение графика функции $y = f(x)$ и определение количества точек пересечения построенного графика с горизонтальной прямой $y = a$.

Все вышеприведенные примеры свидетельствуют о том, что для эффективного решения уравнений, неравенств и их систем учащиеся должны активно владеть информацией о свойствах функций, изученных в школьном курсе математики, и математическим аппаратом преобразования выражений с тем, чтобы представить данное уравнение (неравенство) в виде, позволяющем свести его решение к использованию свойств указанных функций.

Содержание и глубина внутрипредметных связей зависят от конкретной ситуации – в той или иной мере от индивидуальных особенностей школьников, от их уровня овладения обязательными результатами обучения. С другой стороны, характеристики связей зависят от видов учебной деятельности, которые они выполняют на каждом этапе овладения учебным материалом.

Большинство современных исследований и методик установления внутрипредметных связей направлено на их применение на этапе обобщающего повторения. Мы предлагаем использовать внутрипредметные связи на протяжении всего периода обучения математике в старших классах общеобразовательной школы. В частности, в применении к связи между свойствами функций и математическим аппаратом решения уравнений (неравенств), что говорит о необходимости подбора дидактического материала для их решения таким образом, чтобы учащиеся вынуждены были обращаться к как можно более широкому диапазону ранее изученных функций и их свойств, актуализируя и закрепляя ранее полученные знания.

Ссылки:

1. Онищук В.А. Урок в современной школе: пособие для учителей. М., 1981. 191 с.
2. Там же. С. 67.
3. Монахов В.М., Гуревич Ю.В. Оптимизация объема и структуры учебного материала // Советская педагогика. 1980. № 12.
4. Там же. С. 15.
5. Далингер В.А. Методика реализации внутрипредметных связей при обучении математике. М., 1991. 80 с.
6. Аксенов А.А. Теоретические основы реализации внутрипредметных связей посредством решения задач в классах с углубленным изучением математики: дис. … канд. пед. наук. Орел, 2000. 160 с.

References:

1. Onischuk, VA 1981, *Lesson in modern school: teachers' manual,* Moscow, 191 p.
2. Onischuk, VA 1981, *Lesson in modern school: teachers' manual,* Moscow, p. 67.
3. Monakov, VM & Gurevich, YV 1980, ‘Optimization of the volume and structure of educational material’, *Soviet educators,* no. 12.
4. Monakov, VM & Gurevich, YV 1980, ‘Optimization of the volume and structure of educational material’, *Soviet educators,* no. 15.
5. Dalinger, VA 1991, *Implementation technique of intrasubject communications in teaching mathematics,* Moscow, 80 p.
6. Aksenov, AA 2000, *Theoretical basis for the realization of intrasubject communications by solving problems in classes with in-depth study of mathematics,* PhD thesis, Orel, 160 p.